PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

9 MARCA 2019

CZAS PRACY: 170 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Cena nart po obniżce o 23% jest mniejsza o 108 zł od ceny nart po obniżce o 17%. Ile kosztowałby te narty po obniżce ceny o 20%?

A) 1386 zł B) 1440 zł C) 1494 zł D) 1530 zł

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[5]{0,25} \cdot \sqrt[5]{\frac{6,4}{12,15}}$ jest równa

A) $\frac{2}{3}$ B) 1,5 C) $\frac{4}{3}$ D) $\sqrt[5]{0,13}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wskaż nierówność, którą spełnia liczba $\sqrt[3]{25}$.

A) $|x+1| > 5$ B) $|x-1| < \frac{1}{3}$ C) $|1-x| < 2$ D) $\left|x-\frac{1}{3}\right| \leqslant 1$

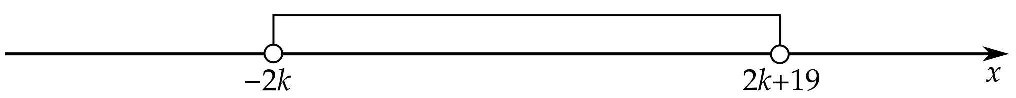
ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba $\log^2 40 - \log^2 4$ jest równa

A) $1+4\log 2$ B) $1+2\log 8$ C) $2\log 4$ D) $\log^2 160$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest przedział $(-2k, 2k+19)$, gdzie k jest liczbą całkowitą. Suma wszystkich liczb całkowitych nieparzystych należących do tego przedziału jest równa 171.



Stąd wynika, że

A) $k=10$ B) $k=19$ C) $k=5$ D) $k=6$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Liczby $x_1 < x_2$ są rozwiązaniami równania $3(x+5)(x-2) = 0$. Różnica $x_1^2 - x_2^2$ jest równa

A) 21 B) 29 C) -29 D) -3

ZADANIE 7 (1 PKT)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: $11, 1, 5, 9, x, 3, 7, 12$ o medianie 6,5 jest równa

A) 8 B) 7,5 C) 7 D) 6,75

ZADANIE 8 (1 PKT)

Liczba $\frac{27^{30} - 3 \cdot 9^{30}}{3^{30} \cdot 9^{10}}$ jest równa

A) -3 B) $3^{20} - 3$ C) 3^{29} D) $3^{40} - 3^{11}$

ZADANIE 9 (1 PKT)

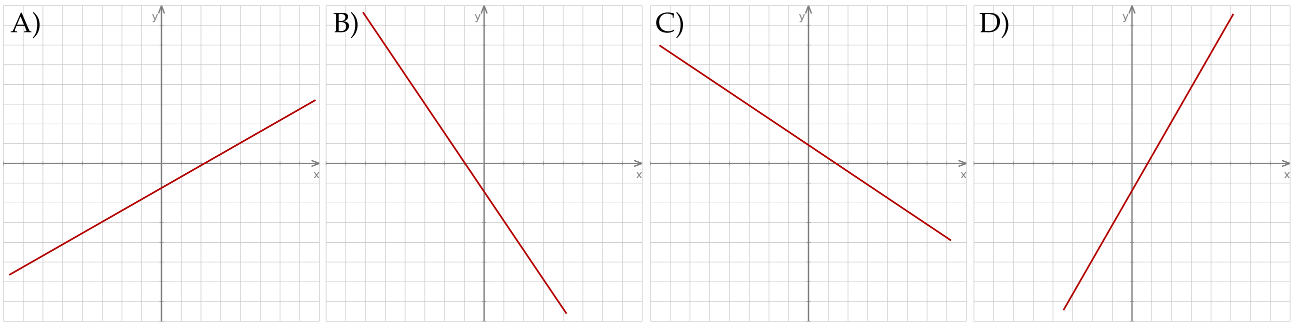
Wyrażenie $-\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)^{-15} \cdot (-2c + 2d)^{-14}$ jest równe wyrażeniu

A) $-\frac{1}{2}(b-a)^{-15}(c-d)^{-14}$ B) $2(b-a)^{-15}(c-d)^{-14}$

C) $\frac{1}{2}(b-a)^{-15}(c-d)^{-14}$ D) $-2(b-a)^{-15}(c-d)^{-14}$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Na którym rysunku przedstawiono wykres funkcji liniowej $y = ax + b$ takiej, że $ab - |ab| = 0$?



ZADANIE 11 (1 PKT)

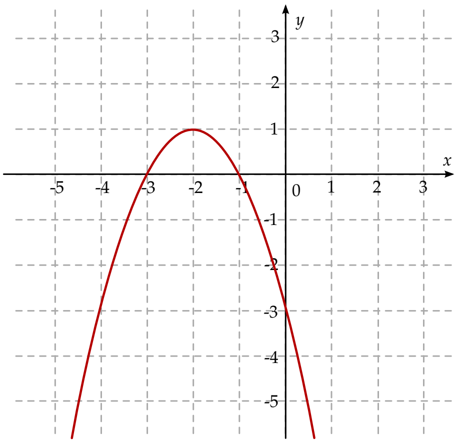
Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 + 6x - 3$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

A) $\left(-\frac{3}{2}, -3\right)$ B) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ C) $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ D) $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$

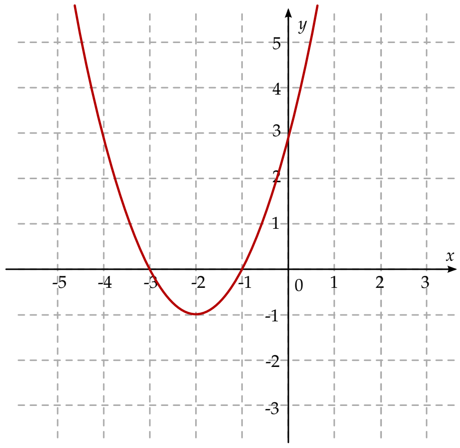
ZADANIE 12 (1 PKT)

Na jednym z rysunków przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej określonej wzorem $f(x) = -(1-x)(3-x)$. Wskaż ten rysunek.

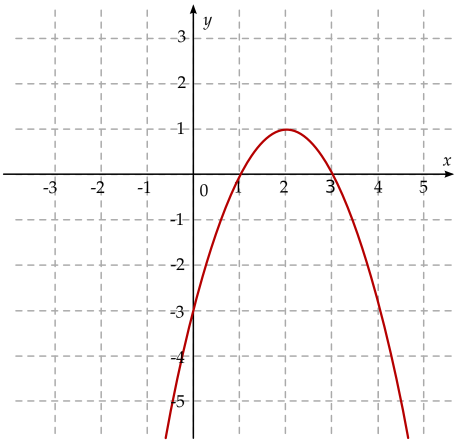
A)



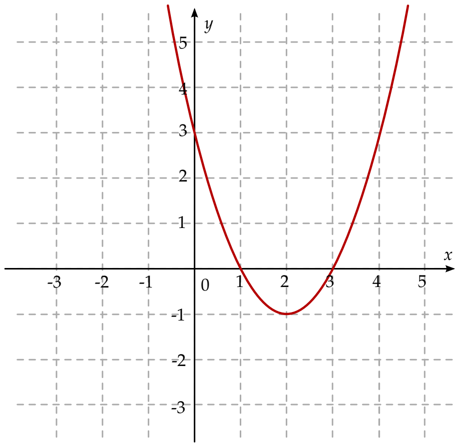
B)



C)

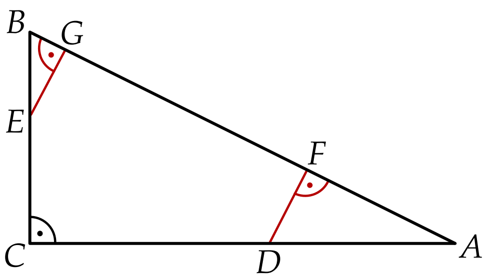


D)



ZADANIE 13 (1 PKT)

Na przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC wybrano punkty D i E tak, że $|BE| = \frac{1}{3}|BC|$ i $|AD| = \frac{1}{3}|AC|$. Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta ABC jest równe 36.



Zatem suma pól trójkątów BGE i AFD jest równa

A) 4 B) 12 C) 18 D) 9

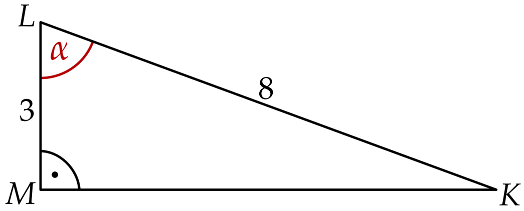
ZADANIE 14 (1 PKT)

Rozwiązaniem równania $\frac{5x-4}{3x+2} = \frac{3}{4}$ jest

A) $x = -9$ B) $x = \frac{1}{7}$ C) $x = 2$ D) $x = 22$

ZADANIE 15 (1 PKT)

Przyprostokątna LM trójkąta prostokątnego KLM ma długość 3, a przeciwprostokątna KL ma długość 8 (zobacz rysunek).



Wtedy miara α kąta ostrego MLK tego trójkąta spełnia warunek

A) $66^\circ < \alpha < 69^\circ$ B) $63^\circ < \alpha < 66^\circ$ C) $60^\circ < \alpha < 63^\circ$ D) $69^\circ < \alpha < 72^\circ$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = \sqrt{2}n - \frac{n-1+\sqrt{3}n}{\sqrt{3}+1}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Różnica r tego ciągu jest równa

A) $r = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ B) $r = \sqrt{2}$ C) $r = 2\sqrt{2}$ D) $r = \sqrt{2} - 1$

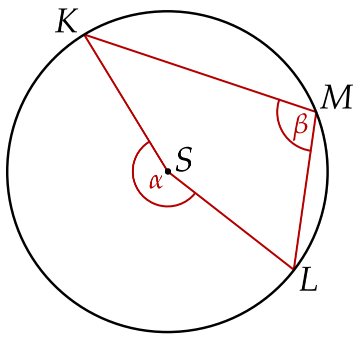
ZADANIE 17 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny $(2x, 6x^2, 18x^3, 216)$ o wyrazach dodatnich. Wtedy

A) $x = \sqrt{2}$ B) $x = 2$ C) $x = \sqrt[4]{2}$ D) $x = \sqrt[4]{6}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Dany jest okrąg o środku S. Punkty K, L i M leżą na tym okręgu. Na łuku KL tego okręgu są oparte kąty KSL i KML (zobacz rysunek), których miary α i β spełniają warunek $\alpha + \beta = 312^\circ$. Wynika stąd, że



A) $\beta = 156^\circ$ B) $\beta = 104^\circ$ C) $\beta = 208^\circ$ D) $\beta = 234^\circ$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Punkt $A = (-8, 13)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$, którego przekątne przecinają się w punkcie $S = (-4, 19)$. Punkty K i $L = (-5, 24)$ są odpowiednio środkami odcinków AD i CD. Punkt K ma współrzędne

A) $(-10, 23)$ B) $(-10, 16)$ C) $(-9, 18)$ D) $(0, 25)$

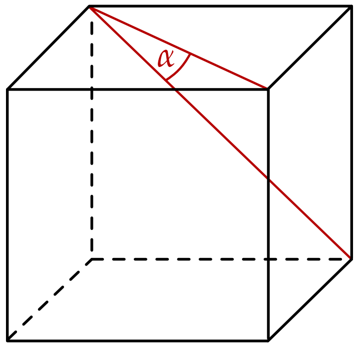
ZADANIE 20 (1 PKT)

Kąt α jest rozwarty i $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{7}{24}$. Wobec tego

A) $\sin\alpha = -\frac{7}{25}$ B) $\sin\alpha = \frac{7}{25}$ C) $\sin\alpha = \frac{24}{25}$ D) $\sin\alpha = -\frac{24}{25}$

ZADANIE 21 (1 PKT)

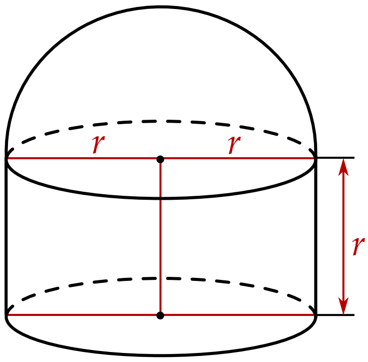
Jeżeli α oznacza miarę kąta między przekątnymi ścian sześcianu (zobacz rysunek), to



A) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ B) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono bryłę zbudowaną z walca i półkuli. Wysokość walca jest równa r i jest taka sama jak promień półkuli oraz taka sama jak promień podstawy walca.



Pole powierzchni całkowitej tej bryły jest równe

A) $6\pi r^2$ B) $5\pi r^2$ C) $4\pi r^2$ D) $\frac{11}{3}\pi r^2$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Łukasz dodał do siebie liczby krawędzi, wierzchołków oraz ścian pewnego graniastosłupa. Którą z liczb mógł otrzymać w wyniku?

A) 2018 B) 2019 C) 2020 D) 2021

ZADANIE 24 (1 PKT)

Liczba wszystkich dodatnich liczb czterocyfrowych nieparzystych, w których zapisie nie występują cyfry 1 i 2, jest równa

A) $7\cdot 8\cdot 8\cdot 5$ B) $8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$ C) $7\cdot 8\cdot 8\cdot 4$ D) $8\cdot 7\cdot 7\cdot 4$

ZADANIE 25 (1 PKT)

Pewnego dnia w klasie liczącej 16 dziewcząt i 12 chłopców nieobecnych było dwóch chłopców i trzy dziewczynki. Nauczyciel wybrał do odpowiedzi jednego ucznia. Prawdopodobieństwo, że będzie to dziewczynka jest równe:
A) $\frac{13}{23}$ B) $\frac{13}{28}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{14}$

Zadania otwarte

ZADANIE 26 (2 PKT)

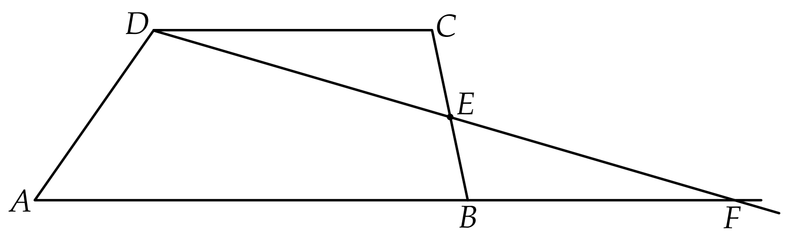
Rozwiąż nierówność $6x^4 - 11x^3 + 3x^2 > 0$.

ZADANIE 27 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli długości boków a, b, c trójkąta prostokątnego są liczbami całkowitymi, to liczba abc jest parzysta.

ZADANIE 28 (2 PKT)

W trapezie $ABCD$ punkt E jest środkiem ramienia BC. Z wierzchołka D poprowadzono prostą przecinającą ramię BC w punkcie E. Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek). Wykaż, że $|BF| = |CD|$.



ZADANIE 29 (2 PKT)

Liczby niezerowe a, b, c, d spełniają warunek $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{13}$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{6a+15c}{8b+20d}$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Do wykresu funkcji wykładniczej, określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = a^x$ (gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$), należy punkt $P = (-3, 8)$. Oblicz a i zapisz zbiór wartości funkcji g, określonej wzorem $g(x) = f(x) - 3$.

ZADANIE 31 (2 PKT)

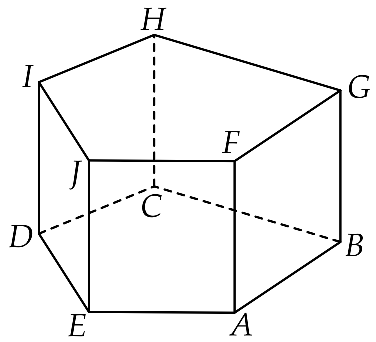
Ze zbioru $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ losujemy liczbę a, natomiast ze zbioru $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ losujemy liczbę b. Te liczby są – odpowiednio – współczynnikiem kierunkowym i wyrazem wolnym funkcji liniowej $f(x) = ax + b$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymana funkcja f jest malejąca i ma dodatnie miejsce zerowe.

ZADANIE 32 (4 PKT)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla liczb naturalnych $n \geqslant 1$, wyraz piąty jest liczbą trzy razy mniejszą od wyrazu szóstego, a suma dwunastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $S_{12} = \frac{12}{5}$. Oblicz wyraz pierwszy oraz różnicę tego ciągu.

ZADANIE 33 (4 PKT)

Dany jest graniastosłup prosty o podstawie pięciokątnej $ABCDE$ (zobacz rysunek). Każda ze ścian bocznych tego graniastosłupa jest kwadratem o polu dwa razy mniejszym niż pole pięciokąta $ABCDE$. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe 153. Oblicz jego objętość.



ZADANIE 34 (5 PKT)

Przekątne prostokąta $ABCD$ o obwodzie $26\frac{2}{3}$ są zawarte w prostych o równaniach $y = (p+2)x - q$ i $y = (q-5)x + 2p$. Ponadto prosta $y = 0$ jest osią symetrii tego prostokąta. Oblicz pole tego prostokąta.